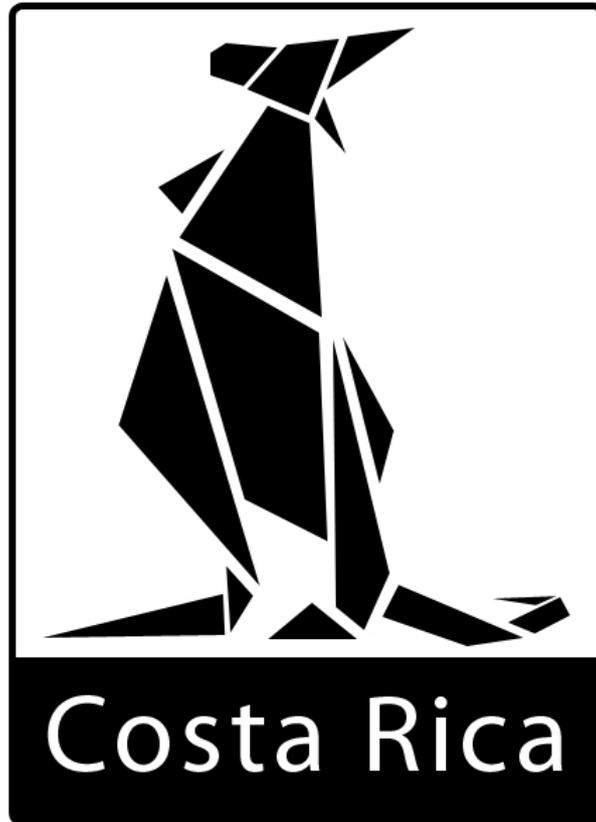


Canguro Matemático Costarricense



Prueba Student

Nombre del estudiante: _____

Nombre de la Institución: _____

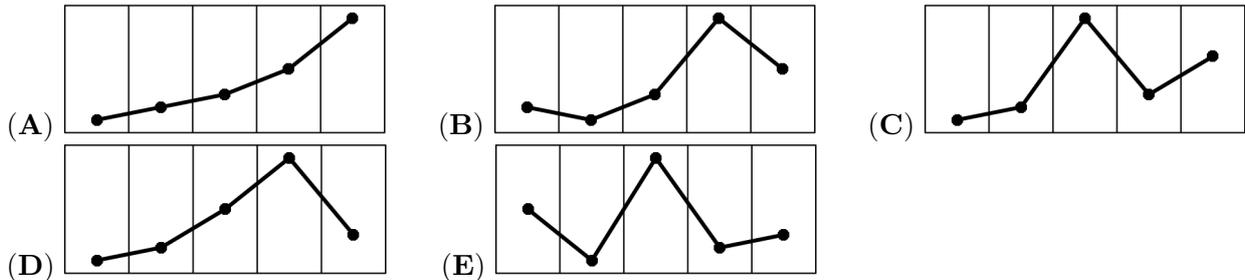
Kangourou Sans Frontières
Costa Rica 2021

3 puntos

1. Jenny mira su aplicación meteorológica que muestra el tiempo previsto y las temperaturas máximas para los próximos cinco días.

				
-1 °C	-2 °C	0 °C	6 °C	2 °C
Fri	Sat	Sun	Mon	Tue

¿Cuál de los gráficos si corresponde con una representación de las temperaturas máximas?



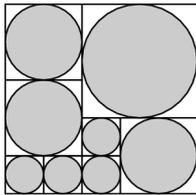
2. ¿Cuántos enteros hay en el intervalo $(20 - \sqrt{21}, 20 + \sqrt{21})$?

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

3. Un cubo con borde 1 se corta en dos cuboides idénticos. ¿Cuál es el área de la superficie de uno de estos cuboides?

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

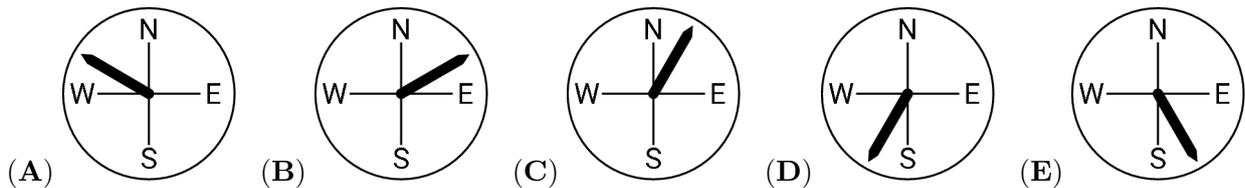
4. Un cuadrado grande se divide en cuadrados más pequeños, como se muestra. Un círculo sombreado esta inscrito dentro de cada uno de los cuadrados más pequeños.



¿Qué proporción del área del cuadrado grande está sombreada?

- (A) $\frac{8\pi}{9}$ (B) $\frac{13\pi}{16}$ (C) $\frac{3}{\pi}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{\pi}{4}$

5. Después de la tormenta de anoche, el asta de la bandera del edificio de nuestra escuela se inclinó. Mirando desde el noroeste, su punta está a la derecha de su punta inferior. Mirando desde el este, su punta también está a la derecha de su punta inferior. ¿En qué dirección se inclinó el asta de la bandera?



6. Una hoja de papel rectangular tiene una longitud x y una anchura y , donde $x > y$. El rectángulo se puede plegar para formar la superficie curva de un cilindro circular de dos formas diferentes. ¿Cuál es la relación entre el volumen del cilindro más largo y el volumen del cilindro más corto?

- (A) $y^2 : x^2$ (B) $y : x$ (C) 1:1 (D) $x : y$ (E) $x^2 : y^2$

7. Si $x = \frac{\pi}{4}$. ¿Cuál de los siguientes números es el más grande?

- (A) x^4 (B) x^2 (C) x (D) \sqrt{x} (E) $\sqrt[4]{x}$

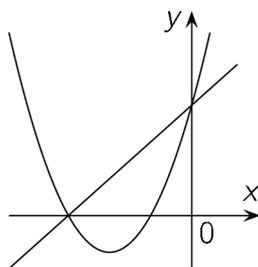
8. ¿Cuántos números de 3 dígitos se pueden formar utilizando los dígitos 1, 3 y 5 y que sean divisibles por 3? Puedes utilizar un dígito más de una vez.

- (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 18 (E) 27

9. ¿Cuál es el área del triángulo cuyos vértices están en (p, q) , $(3p, q)$ and $(2p, 3q)$, en donde, $p, q > 0$?

- (A) $\frac{pq}{2}$ (B) pq (C) $2pq$ (D) $3pq$ (E) $4pq$

10. La parábola de la figura tiene una ecuación de la forma $y = ax^2 + bx + c$ para algunos números reales distintos a , b y c .



¿Cuál de las siguientes ecuaciones podría ser una ecuación de la línea de la figura?

- (A) $y = bx + c$ (B) $y = cx + b$ (C) $y = ax + b$ (D) $y = ax + c$ (E) $y = cx + a$

4 puntos

11. ¿Qué proporción de todos los divisores de $7!$ es impar?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{6}$

12. Si $A = (0, 1) \cup (2, 3)$ y $B = (1, 2) \cup (3, 4)$, ¿cuál es el conjunto de todos los números de la forma $a + b$ con a en A y b en B ?

- (A) $(1, 7)$ (B) $(1, 5) \cup (5, 7)$ (C) $(1, 3) \cup (3, 7)$
 (D) $(1, 3) \cup (3, 5) \cup (5, 7)$ (E) ninguno de los anteriores

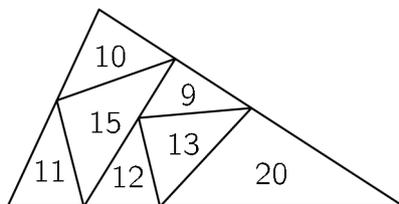
13. ¿Cuántos números naturales de tres dígitos tienen la propiedad de que cuando sus dígitos se escriben en orden inverso, el resultado es un número de tres dígitos que es 99 más que el número original?

- (A) 8 (B) 64 (C) 72 (D) 80 (E) 81

14. Los primeros 1000 enteros positivos se escriben en una fila con algún orden y todas las sumas de tres números adyacentes se calculan. ¿Cuál es la mayor cantidad de sumas impares que se pueden obtener?

- (A) 997 (B) 996 (C) 995 (D) 994 (E) 993

15. Un triángulo grande se divide en triángulos más pequeños como se muestra. El número dentro de cada pequeño triángulo indica su perímetro.



¿Cuál es el perímetro del triángulo grande?

- (A) 31 (B) 34 (C) 41 (D) 62
(E) ninguno de los anteriores

16. Para un entero positivo N , denotamos por $p(N)$ el producto de los dígitos de N cuando se escriben en forma decimal. Por ejemplo, $p(23) = 2 \times 3 = 6$. ¿Cuál es el valor de la suma $p(10) + p(11) + p(12) + \dots + p(99) + p(100)$?

- (A) 2025 (B) 4500 (C) 5005 (D) 5050
(E) ninguno de los anteriores

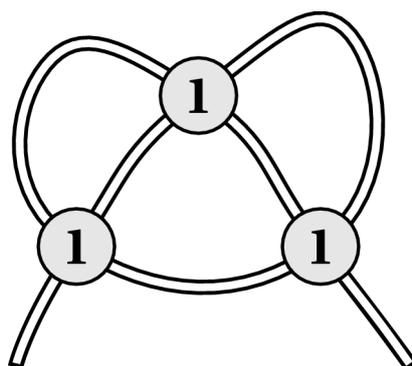
17. En una cuadrícula 5 *times* 5 como se muestra, la suma de los números en cada fila y en cada columna es la misma. Hay un número en cada celda, pero algunos de los números no se muestran.

	16		22	
20		21		2
	25		1	
24		5		6
	4		?	

¿Cuál es el número en la celda marcada con un signo de pregunta?

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 18 (E) 23

18. Hay un trozo de cuerda sobre la mesa. Está parcialmente cubierta por tres monedas como se ve en la figura.



Debajo de cada moneda, es igualmente probable que la cuerda pase sobre sí misma de esta manera:



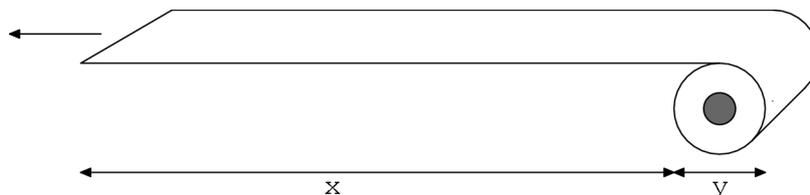
o como esta otra forma:



¿Cuál es la probabilidad de que la cuerda se anude después de tirar de sus extremos?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{3}{8}$

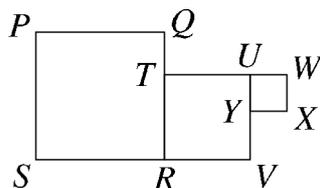
19. Un cachorro travieso agarra el extremo de un rollo de papel higiénico y se aleja a una velocidad constante.



¿Cuál de las siguientes funciones describe mejor el grosor y del rollo en función de la parte desenrollada x ?

- (A) (B) (C)
- (D) (E)

20. El diagrama muestra tres cuadrados, $PQRS$, $TRVU$ y $UWXY$. Están colocados juntos, borde a borde. Los puntos P , T y X se encuentran en la misma línea recta. El área de $PQRS$ es 36 y el área de $TRVU$ es 16.

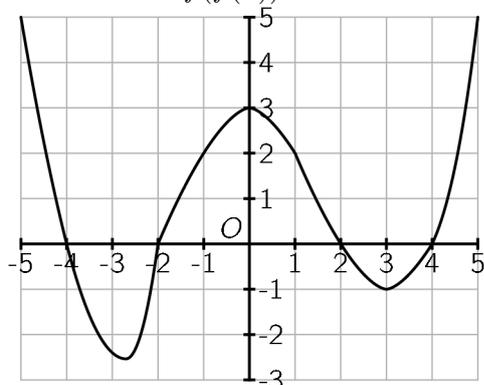


¿Cuál es el área del triángulo PXV ?

- (A) $14\frac{2}{3}$ (B) $15\frac{1}{3}$ (C) 16 (D) $17\frac{2}{3}$ (E) 18

5 puntos

21. La figura muestra la gráfica de una función. $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$. ¿Cuántas soluciones distintas tiene la ecuación $f(f(x)) = 0$?



- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 8

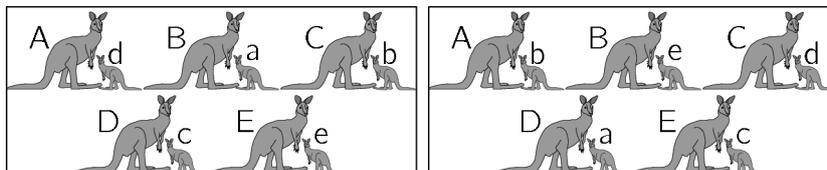
22. Los números 1, 2, 7, 9, 10, 15 y 19 están escritos en una pizarra. Dos jugadores se alternan para eliminar un número hasta que solo quede un número en la pizarra. La suma de los números eliminados por uno de los jugadores es el doble de la suma de los números eliminados por el otro jugador. ¿Cuál es el número que queda?

- (A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 15 (E) 19

23. La función $f(x)$ es de tal manera que $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ y $f(1) = 2$. ¿Cuál es el valor de $\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \dots + \frac{f(2021)}{f(2020)}$?

- (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) 2020
 (E) ninguna de las anteriores

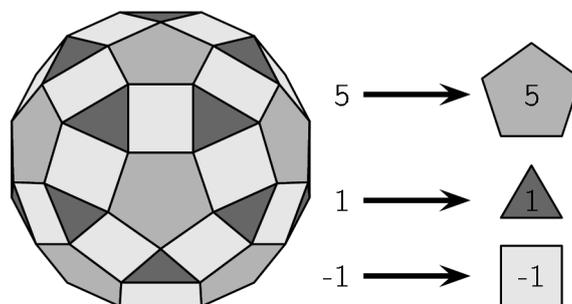
24. Cinco canguros llamados A, B, C, D y E tienen un hijo cada uno, llamado a, b, c, d y e. En la primera foto de grupo se muestra exactamente dos de los niños parados junto a sus madres. En la segunda foto de grupo exactamente tres de los niños están parados junto a sus madres.



¿Quién es la madre de a?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

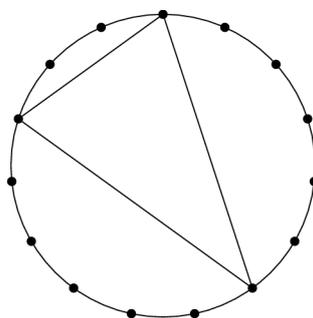
25. El sólido que se muestra en el diagrama tiene 12 caras pentagonales regulares, las otras caras son triángulos equiláteros o cuadrados. Cada cara pentagonal está rodeada por 5 caras cuadradas y cada cara triangular está rodeada por 3 caras cuadradas. John escribe 1 en cada cara triangular, 5 en cada cara pentagonal y -1 en cada cuadrado.



¿Cuál es el total de los números escritos en el sólido?

- (A) 20 (B) 50 (C) 60 (D) 80 (E) 120

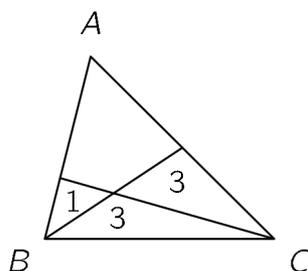
26. En un círculo 15 puntos están igualmente espaciados. Podemos formar triángulos uniendo cualquiera de estos tres puntos. Contamos dos triángulos como iguales si son congruentes, es decir, uno es una rotación y / o un reflejo del otro.



¿Cuántos triángulos diferentes se pueden dibujar?

- (A) 19 (B) 91 (C) 46 (D) 455 (E) 23

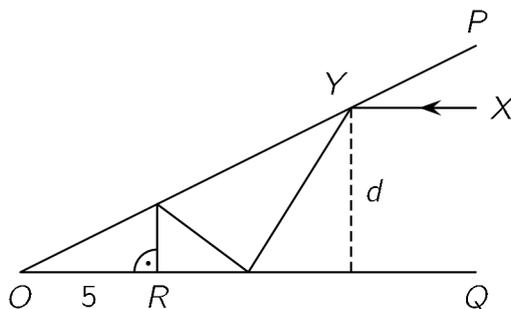
27. Un triángulo ABC se divide en cuatro partes por dos líneas rectas, como se muestra. Las áreas de los triángulos más pequeños son 1, 3 y 3.



¿Cuál es el área del triángulo original?

- (A) 12 (B) 12.5 (C) 13 (D) 13.5 (E) 14

28. Dos espejos planos OP y OQ están inclinados en un ángulo agudo (el diagrama no está a escala). Un rayo de luz XY paralelo a OQ refleja OP en Y . El rayo se refleja y golpea el espejo OQ , se refleja de nuevo y golpea el espejo OP y se refleja por tercera vez y golpea el espejo OQ en ángulo recto a R , como se muestra. La distancia OR es 5 cm. El rayo XY está d cm del espejo OQ .



¿Cuál es el valor de d ?

- (A) 4 (B) 4.5 (C) 5 (D) 5.5 (E) 6

29. Si $M(k)$ es el valor máximo de $|4x^2 - 4x + k|$ con x en el intervalo $[-1, 1]$, donde k puede ser cualquier número real. ¿Cuál es el valor mínimo posible de $M(k)$?

- (A) 4 (B) $9/2$ (C) 5 (D) $11/2$ (E) 8

30. Un determinado juego se gana cuando un jugador obtiene 3 puntos de ventaja. Dos jugadores A y B están jugando el juego y en un punto particular, A está 1 punto por delante. Cada jugador tiene la misma probabilidad de ganar cada punto. ¿Cuál es la probabilidad de que A gane el juego?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$ (E) $\frac{5}{6}$

Nombre: _____

Institución: _____

01. A B C D E

02. A B C D E

03. A B C D E

04. A B C D E

05. A B C D E

06. A B C D E

07. A B C D E

08. A B C D E

09. A B C D E

10. A B C D E

11. A B C D E

12. A B C D E

13. A B C D E

14. A B C D E

15. A B C D E

16. A B C D E

17. A B C D E

18. A B C D E

19. A B C D E

20. A B C D E

21. A B C D E

22. A B C D E

23. A B C D E

24. A B C D E

25. A B C D E

26. A B C D E

27. A B C D E

28. A B C D E

29. A B C D E

30. A B C D E

