

Canguro Matemático



Prueba Student

Nombre: _____

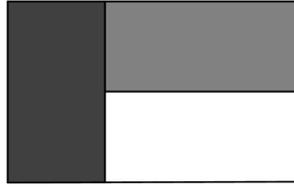
Institución: _____ Nivel: _____

Kangourou Sans Frontières

Costa Rica 2019

3 puntos

1. La bandera de *Canguro-landia* es un rectángulo, que a su vez se subdivide en tres rectángulos iguales, como se muestra. ¿Cuál es la razón entre las medidas de los lados del rectángulo blanco?



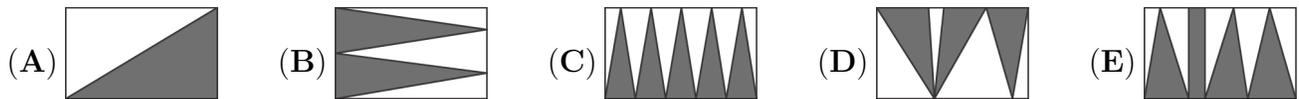
- (A) 1 : 2 (B) 2 : 3 (C) 2 : 5 (D) 3 : 7 (E) 4 : 9

2. Los números 1, 2, 3 y 4 se escriben en las celdas de una cuadrícula 2×2 . Después de escritos se calculan las sumas de las dos filas y de las dos columnas. Dos de esas sumas son 4 y 5, ¿cuáles son los valores de las otras sumas?

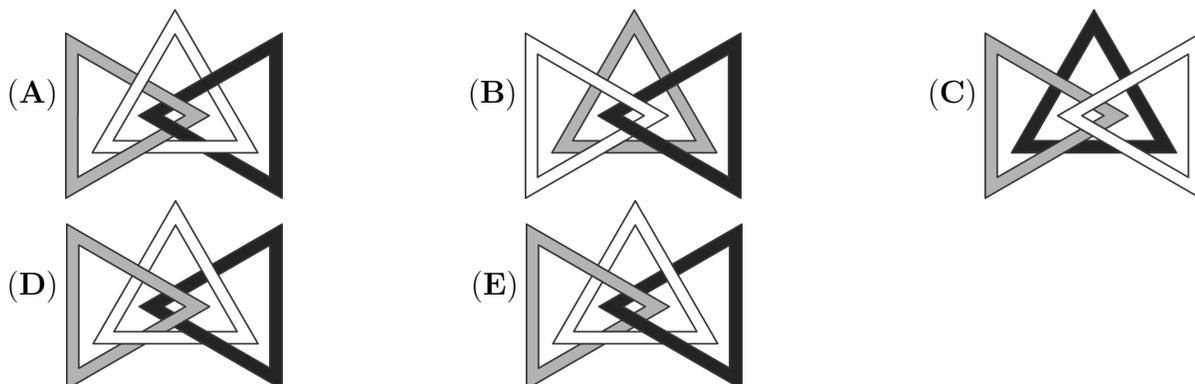
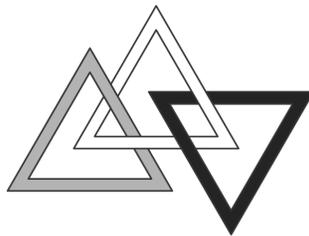


- (A) 6 y 6 (B) 3 y 5 (C) 4 y 5 (D) 4 y 6 (E) 5 y 6

3. Un rectángulo ha sido sombreado de 5 formas distintas, como se muestran. ¿En cuál de las figuras el área de la parte sombreada es la más grande?



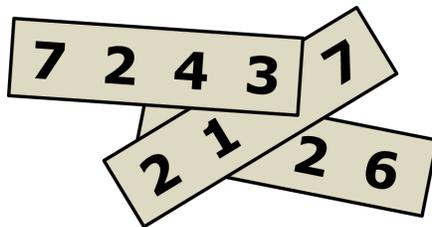
4. Tres triángulos están enlazados como se muestra. ¿Cuál de las siguientes imágenes muestra los tres triángulos enlazados de la misma manera?



5. Una pirámide tiene 23 caras triangulares. ¿Cuántas aristas tiene esta pirámide?

- (A) 23 (B) 24 (C) 46 (D) 48 (E) 69

6. Se escriben tres números de 4 dígitos en tiras de papel. La suma de estos números es 11 126. En la figura tres de los dígitos usados están tapados. ¿Esos dígitos son?

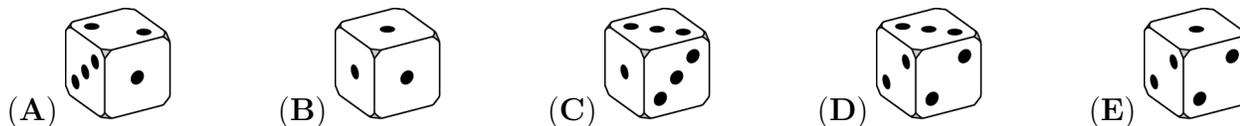


- (A) 1, 4 y 7 (B) 1, 5 y 7 (C) 3, 3 y 3 (D) 4, 5 y 6 (E) 4, 5 y 7

7. Dado el menor entero positivo n tal que la suma de todos sus dígitos es 2019, el primer dígito (el que está más a la izquierda) es:

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

8. Cada una de las caras de un dado está marcada con uno, dos o tres puntos. Al lanzar el dado la probabilidad de obtener un 1 es $\frac{1}{2}$, la probabilidad de obtener un 2 es $\frac{1}{3}$ y la probabilidad de obtener un 3 es $\frac{1}{6}$. ¿Cuál de las siguientes figuras no puede ser una vista de este dado?



9. Marcial ha inventado una nueva operación en los números reales que ha denotado por “ \diamond ” de la siguiente forma: $x \diamond y = y - x$. Si a , b y c satisfacen $(a \diamond b) \diamond c = a \diamond (b \diamond c)$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es necesariamente cierta?

- (A) $a = b$ (B) $b = c$ (C) $a = c$ (D) $a = 0$ (E) $c = 0$

10. ¿Cuántos números desde 2^{10} hasta 2^{13} , incluyendo ambos, son divisibles por 2^{10} ?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 16

4 puntos

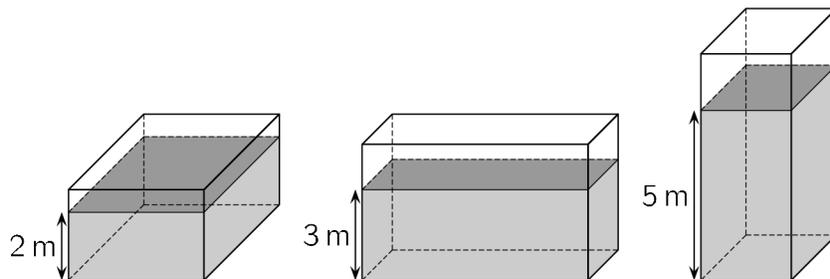
11. ¿Cuál es la máxima potencia de 3 que divide el número $7! + 8! + 9!$?

- (A) 3^2 (B) 3^4 (C) 3^5 (D) 3^6
 (E) una potencia de 3 mayor que 3^6

12. Este año el número de muchachos en mi clase creció un 20% y el número de chicas decreció un 20%. Este año somos uno más que el año pasado. ¿Cuál podría ser el número de estudiantes en mi clase este año?

- (A) 22 (B) 26 (C) 29 (D) 31 (E) 34

13. Un recipiente en forma de caja rectangular está parcialmente lleno con 120 m^3 de agua. La profundidad del agua es alguno de los valores 2m , 3m , o 5m dependiendo de cual de las caras de la caja sirva de base, como se muestra en la figura (la figura no está a escala). ¿Cuál es el volumen del recipiente?

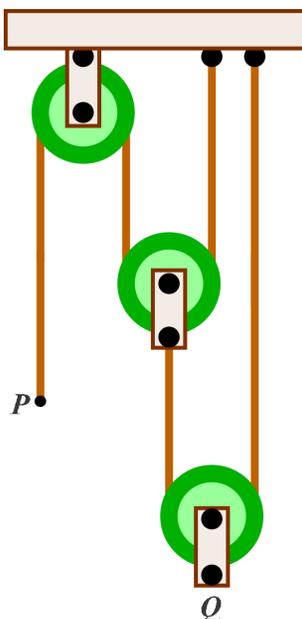


- (A) 160 m^3 (B) 180 m^3 (C) 200 m^3 (D) 220 m^3 (E) 240 m^3

14. Tres canguros llamados Alex, Bob and Carl hacen una caminata diariamente. Si Alex no lleva sombrero entonces Bob lleva sombrero, si Bob no lleva sombrero entonces Carl lleva sombrero. Hoy Carl no lleva sombrero. De seguro ¿cuál de ellos lleva sombrero el día de hoy?

- (A) Alex y Bob (B) solamente Alex (C) Alex, Bob y Carl
(D) Ni Alex ni Bob (E) solamente Bob

15. El sistema que se muestra consiste de tres poleas con secciones de faja entre ellas. El extremo P se mueve hacia abajo 24 centímetros. ¿Cuántos centímetros se moverá el punto Q hacia arriba?



- (A) 24 (B) 12 (C) 8 (D) 6 (E) $\frac{24}{5}$

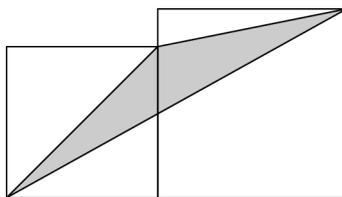
16. Un entero positivo n se dice *bueno* si su mayor divisor, excluyendo a n mismo, es $n - 6$. ¿Cuántos enteros positivos *buenos* hay?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) muchísimos

17. Una caja contiene 4 chocolates y un caramelo. Juan y María por turnos sacan un dulce de la caja sin reemplazo. Aquel que, en su turno, saca el caramelo gana. Si Juan empieza, ¿cuáles son las probabilidades de ganar de María?

- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{5}{6}$ (E) $\frac{1}{3}$

18. La figura muestra dos cuadrados adyacentes con lados de longitud a y b ($a < b$). ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?



- (A) \sqrt{ab} (B) $\frac{1}{2}a^2$ (C) $\frac{1}{2}b^2$ (D) $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$ (E) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$

19. La parte entera de la expresión siguiente es:

$$\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$$

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 20 (E) 25

20. Sara quiere calcular el valor de $\frac{a+b}{c}$ donde a , b y c son enteros positivos. Sara digita en su calculadora ' $a + b \div c =$ ' y el resultado da 11, luego digita ' $b + a \div c =$ ' y ella se sorprende al ver de que el resultado da 14. Ella revisa el manual y verifica que su calculadora está diseñada para que haga divisiones antes que sumas. ¿Cuál será el resultado correcto de $\frac{a+b}{c}$?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5 puntos

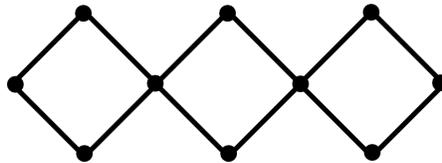
21. Sea a la suma de todos los divisores positivos de 1024 y b el producto de todos los divisores positivos de 1024, entonces :

- (A) $(a - 1)^5 = b$ (B) $(a + 1)^5 = b$ (C) $a^5 = b$ (D) $a^5 - 1 = b$ (E) $a^5 + 1 = b$

22. El conjunto de todos los posibles valores del parámetro a para los cuales el número de soluciones de la ecuación $2 - |x| = ax$ es igual a dos es:

- (A) $(-\infty, -1]$ (B) $(-1, 1)$ (C) $[1, +\infty)$ (D) $\{0\}$ (E) $\{-1, 1\}$

23. Los vértices de la red adjunta son etiquetados con los números del 1 al 10. La suma S de las cuatro etiquetas en cada cuadrado es la misma. ¿Cuál es el menor valor posible para S ?



- (A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21 (E) 22

24. ¿Cuántos planos pasan a través de al menos tres vértices de un cubo dado?

- (A) 6 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 20

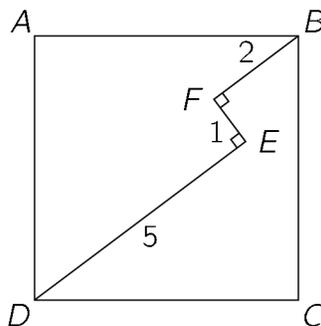
25. Cuatro líneas distintas pasan a través del origen de un sistema de coordenadas. Estas líneas intersecan la parábola $y = x^2 - 2$ en ocho puntos. ¿Cuál puede ser el producto de las coordenadas en el eje x de esos ocho puntos?

- (A) solo 16 (B) solo -16 (C) solo 8 (D) solo -8
 (E) hay varias posibilidades para el producto.

26. ¿Para cuántos enteros n se cumple que $|n^2 - 2n - 3|$ es primo?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
 (E) infinitos enteros

27. Dentro del cuadrado $ABCD$ se traza un camino $DEFB$, formado por segmentos lineales, con $DE \perp EF$ $EF \perp FB$, como se muestra en la figura. Dado que $DE = 5$, $EF = 1$ y $FB = 2$ ¿cuál es la longitud del lado del cuadrado?



- (A) $3\sqrt{2}$ (B) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{11}{2}$ (D) $5\sqrt{2}$
 (E) ninguna de las anteriores

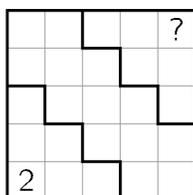
28. ¿Cuántos números de cuatro dígitos hay con la propiedad de que, si se suprime uno cualquiera de sus dígitos, resulta un número de tres dígitos que es un divisor del número original?

- (A) 5 (B) 9 (C) 14 (D) 19 (E) 23

29. Se eligen aleatoriamente tres números distintos del conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$. ¿Cuál es la probabilidad de que uno de ellos sea el promedio de los otros dos ?

- (A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

30. En el cuadrado que se muestra se colocan los números 1, 2, 3, 4, 5 de manera tal que cada fila y cada columna contenga estos números exactamente una vez. Además la suma de los números en cada una de las tres áreas con bordes en negrita es la misma. ¿Qué número va en la esquina superior derecha del cuadrado?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5



Hoja de Respuestas

Nombre: _____

Institución: _____

Nivel: _____

01. A B C D E

02. A B C D E

03. A B C D E

04. A B C D E

05. A B C D E

06. A B C D E

07. A B C D E

08. A B C D E

09. A B C D E

10. A B C D E

11. A B C D E

12. A B C D E

13. A B C D E

14. A B C D E

15. A B C D E

16. A B C D E

17. A B C D E

18. A B C D E

19. A B C D E

20. A B C D E

21. A B C D E

22. A B C D E

23. A B C D E

24. A B C D E

25. A B C D E

26. A B C D E

27. A B C D E

28. A B C D E

29. A B C D E

30. A B C D E