

Canguro Matemático



Prueba Junior Décimo y Undécimo año

Nombre: _____

Institución: _____ Nivel: _____

Kangourou Sans Frontières

Costa Rica 2019

3 puntos

1. $20 \times 19 + 20 + 19 =$

- (A) 389 (B) 399 (C) 409 (D) 419 (E) 429

2. Un tren eléctrico de juguete tarda exactamente 1 minuto y 11 segundos en dar una vuelta completa en su circuito. ¿Cuánto tarda en dar seis vueltas?

- (A) 6 minutos 56 segundos (B) 7 minutos 6 segundos (C) 7 minutos 16 segundos
 (D) 7 minutos 26 segundos (E) 7 minutos 36 segundos

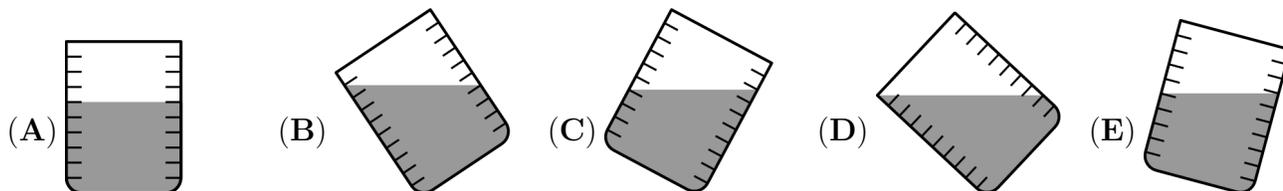
3. Un peluquero desea escribir la palabra CORTE en una pizarra de tal manera que un cliente, mirando el reflejo de la pizarra en el espejo, lea la palabra correctamente. ¿Qué debe escribir el peluquero en la pizarra?

- (A) CORTE (B) ETROC (C) ETROR
 (D) ETRC (E) CORTE

4. ¿Cuántas sumas diferentes se pueden obtener si se lanzan simultáneamente tres dados estándar?

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

5. Se vierte agua en cinco vasos idénticos. Cuatro de ellos contienen la misma cantidad de agua. ¿Cuál es el que contiene una cantidad de agua diferente?



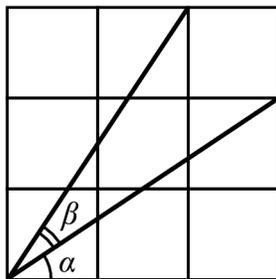
6. Un parque tiene cinco portones. Mónica desea entrar por uno de ellos y salir por otro diferente. ¿De cuántas maneras distintas puede hacerlo?

- (A) 25 (B) 20 (C) 16 (D) 15 (E) 10

7. Los pesos en kilogramos de tres canguros son tres números enteros diferentes. El peso total de los tres es 97 kg. ¿Cuánto puede pesar, como máximo, el más liviano de los tres canguros?

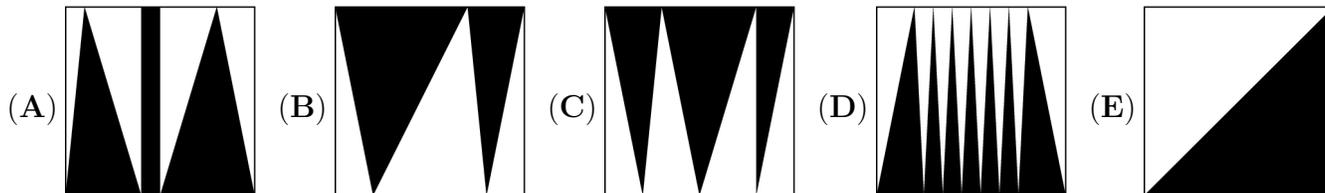
- (A) 1 kg (B) 30 kg (C) 31 kg (D) 32 kg (E) 33 kg

8. Los nueve cuadrados de la figura son iguales. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera para los ángulos marcados en la figura?

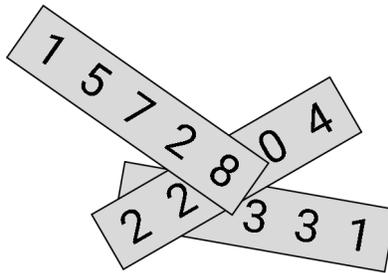


- (A) $\alpha = \beta$ (B) $2\alpha + \beta = 90^\circ$ (C) $\alpha + \beta = 60^\circ$ (D) $2\beta + \alpha = 90^\circ$ (E) $\alpha + \beta = 45^\circ$

9. Dentro de cada cuadrado unitario se ha sombreado una parte. ¿En cuál de los cuadrados el área total sombreada es mayor?



10. En cada una de tres tiras de papel se ha escrito un número de cinco dígitos. La suma de los tres números es 57263. Tres de los dígitos no se ven. ¿Cuáles son esos tres dígitos?



- (A) 0, 2 y 2 (B) 1, 2 y 9 (C) 2, 4 y 9 (D) 2, 7 y 8 (E) 5, 7 y 8

4 puntos

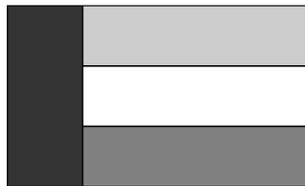
11. Un cuadrado tiene vértices A, B, C y D , etiquetados en sentido horario. Un triángulo equilátero tiene vértices A, E y C , etiquetados en sentido horario. ¿Cuánto mide, en grados, el ángulo $\angle CBE$?

- (A) 30 (B) 45 (C) 135 (D) 145 (E) 150

12. Los números a, b, c y d son enteros positivos diferentes elegidos del 1 al 10. ¿Cuál es el menor valor posible de $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

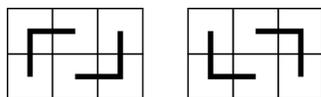
- (A) $\frac{2}{10}$ (B) $\frac{3}{19}$ (C) $\frac{14}{45}$ (D) $\frac{29}{90}$ (E) $\frac{25}{72}$

13. La bandera de Canguria es un rectángulo con altura y ancho en la razón 3 : 5. La bandera está dividida en cuatro rectángulos de igual área como muestra la figura. ¿Cuál es la razón entre la altura y el ancho del rectángulo blanco?

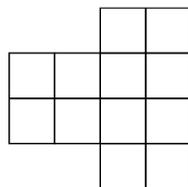


- (A) 1 : 3 (B) 1 : 4 (C) 2 : 7 (D) 3 : 10 (E) 4 : 15

14. Un rectángulo de 3×2 puede cubrirse exactamente con dos piezas en forma de L de dos maneras diferentes, como se muestra en la figura:



¿De cuántas maneras diferentes puede cubrirse la figura siguiente con 4 piezas en forma de L?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 48

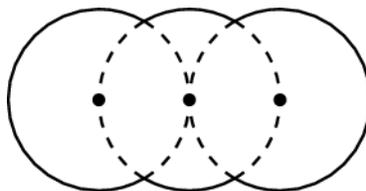
15. En el triatlón hay que recorrer un trayecto nadando, otro corriendo y otro en bicicleta. En bicicleta se deben recorrer tres cuartos de la distancia total. Corriendo se debe recorrer la quinta parte de la distancia total. Nadando se deben recorrer 2 km. ¿Cuál es la distancia total en km a recorrer en el triatlón?

- (A) 10 (B) 20 (C) 38 (D) 40 (E) 60

16. Se desea preparar jugo diluyendo un concentrado en agua, en la proporción de una parte de concentrado por 7 partes de agua (en volumen). El concentrado se encuentra en una botella de 1 litro, que está llena hasta la mitad. ¿Qué fracción de ese concentrado se debe usar para obtener 2 litros de jugo?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{4}{7}$
 (E) Todo el concentrado.

17. Se forma una figura con tres circunferencias iguales de radio R que tienen sus centros alineados. La circunferencia del medio pasa por los centros de las otras dos. ¿Cuál es el perímetro de la figura (indicado con trazo continuo)?



- (A) $\frac{10\pi R}{3}$ (B) $\frac{5\pi R}{3}$ (C) $\frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$ (D) $2\pi R\sqrt{3}$ (E) $4\pi R$

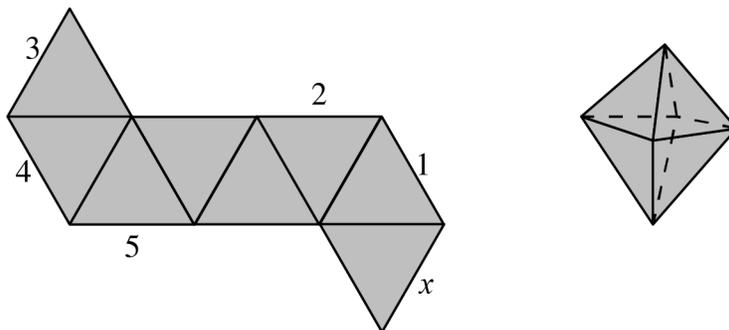
18. La suma de los 7 dígitos del número telefónico $\overline{aaabbbb}$ es el número de dos dígitos \overline{ab} . ¿Cuál es el valor de la suma $a + b$?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

19. 60 manzanas y 60 peras se empaquetan en varias cajas de madera de tal forma que cada caja contenga el mismo número de manzanas, pero no haya dos cajas que contengan el mismo número de peras. ¿Cuál es el mayor número posible de cajas en las que se pueden empaquetar las manzanas y peras de esa manera?

- (A) 20 (B) 15 (C) 12 (D) 10 (E) 6

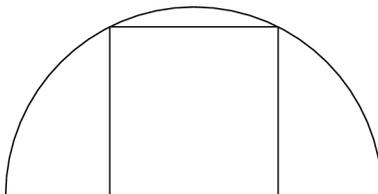
20. El diagrama muestra el desarrollo plano de un octaedro. Cuando se pliega para formar el octaedro, ¿cuál de los segmentos etiquetados coincidirá con el segmento marcado con la x ?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5 puntos

21. Un cuadrado tiene dos de sus vértices en una semicircunferencia y los otros dos en el diámetro de la misma, como muestra la figura. El radio de la semicircunferencia es 1 cm. ¿Cuál es el área del cuadrado?



- (A) $\frac{4}{5}$ cm² (B) $\frac{\pi}{4}$ cm² (C) 1 cm² (D) $\frac{4}{3}$ cm² (E) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ cm²

22. La secuencia a_1, a_2, a_3, \dots , empieza con $a_1 = 49$. Y para $n \geq 1$ el valor a_{n+1} se obtiene agregando 1 a la suma de los dígitos de a_n y luego elevando al cuadrado. Por ejemplo $a_2 = (4 + 9 + 1)^2 = 196$. Determine el valor de a_{2019} .

- (A) 121 (B) 25 (C) 64 (D) 400 (E) 49

23. Los enteros del 1 al 99 se escriben en orden ascendente uno a continuación del otro, sin espacios, y luego la secuencia de dígitos se divide en tripletas:

123456789101112...979899 \rightarrow (123)(456)(789)(101)(112)...(979)(899).

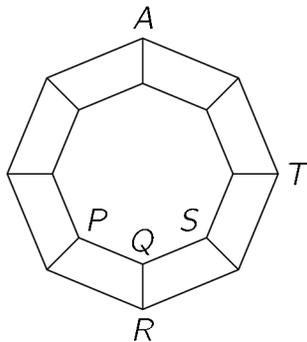
¿Cuál de las siguientes **no es** una de las tripletas?

- (A) (222) (B) (444) (C) (464) (D) (646) (E) (888)

24. ¿Cuántos planos pasan por exactamente tres vértices de un cubo dado?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 12

25. La figura muestra un grafo que tiene 16 vértices y algunos segmentos que los conectan. Una hormiga se halla en el vértice A . En cada movimiento ella camina a lo largo de un segmento hasta alguno de los vértices vecinos. ¿A cuál de los vértices P, Q, R, S, T puede llegar la hormiga luego de 2019 movimientos?



- (A) sólo a P, R o S (B) sólo a P, R, S o T (C) sólo a Q
 (D) sólo a T (E) todos son posibles

26. Los enteros positivos a , b y c tienen tres dígitos cada uno, y para cada entero el primer dígito es el mismo que el último. Además $b = 2a + 1$ y $c = 2b + 1$. ¿Cuántas posibilidades hay para el entero a ?
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) más de 3

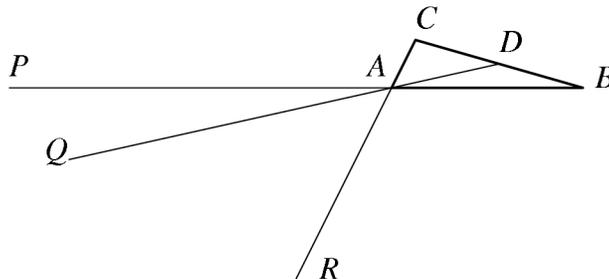
27. En cada vértice de un cuadrado se escribe un entero positivo. Si dos números se hallan en vértices adyacentes, uno de ellos debe ser múltiplo del otro. Si en cambio se hallan en vértices diagonalmente opuestos, ninguno de los dos es múltiplo del otro. ¿Cuál es el menor valor posible de la suma de los cuatro números?
- (A) 12 (B) 24 (C) 30 (D) 35 (E) 60

28. ¿Cuál es el mínimo número de elementos que hay que suprimir del conjunto
- $$\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$$

para que el producto de los elementos restantes sea un cuadrado perfecto?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

29. Dado el triángulo ABC de área S , sea D el punto medio de BC . Tome puntos P , Q y R en las rectas AB , AD y AC , respectivamente, de manera que $AP = 2 \cdot AB$, $AQ = 3 \cdot AD$ y $AR = 4 \cdot AC$. ¿Cuál es el área del triángulo PQR ?



- (A) S (B) $2S$ (C) $3S$ (D) $\frac{1}{2}S$
 (E) 0 (o sea que P , Q y R son colineales).

30. ¿Cuántos números de cuatro dígitos hay con la propiedad de que, si se suprime uno cualquiera de sus dígitos, resulta un número de tres dígitos que es un divisor del número original?

- (A) 5 (B) 9 (C) 14 (D) 19 (E) 23



Hoja de Respuestas

Nombre: _____

Institución: _____

Nivel: _____

01. A B C D E

02. A B C D E

03. A B C D E

04. A B C D E

05. A B C D E

06. A B C D E

07. A B C D E

08. A B C D E

09. A B C D E

10. A B C D E

11. A B C D E

12. A B C D E

13. A B C D E

14. A B C D E

15. A B C D E

16. A B C D E

17. A B C D E

18. A B C D E

19. A B C D E

20. A B C D E

21. A B C D E

22. A B C D E

23. A B C D E

24. A B C D E

25. A B C D E

26. A B C D E

27. A B C D E

28. A B C D E

29. A B C D E

30. A B C D E