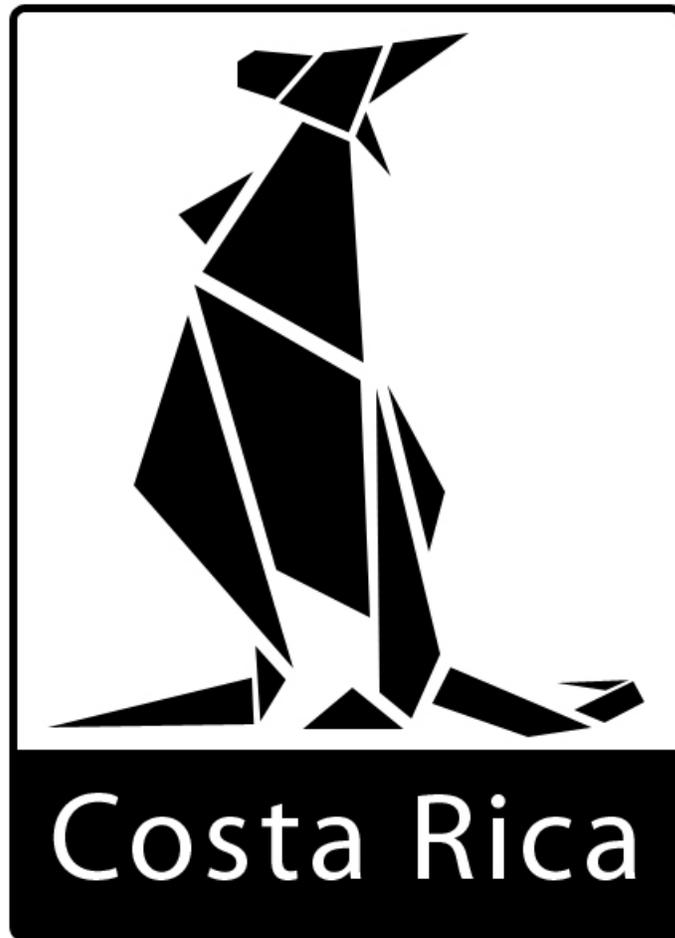


# Canguro Matemático



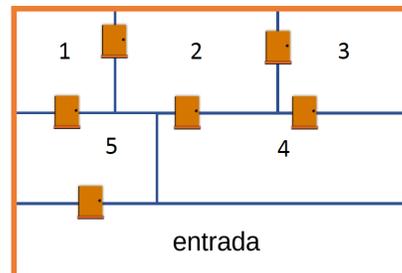
**Prueba Student**  
Undécimo año

**Kangourou Sans Frontières**

**Costa Rica 2018**

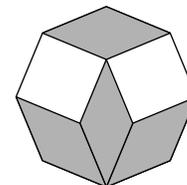
3 puntos

1. En la figura se ven los planos de la casa de Renata. Renata ingresa a la casa por la *entrada* y atraviesa cada puerta exáctamente una vez. ¿En qué habitación termina ella?



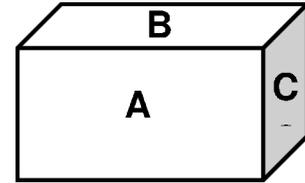
- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5
2. ¿Cuál de las siguientes expresiones numéricas tiene el mayor valor?
- (A)  $2 - 0 \cdot 1 + 8$                       (B)  $2 + 0 \cdot 1 \cdot 8$                       (C)  $2 \cdot 0 + 1 \cdot 8$   
 (D)  $2 \cdot (0 + 1 + 8)$                       (E)  $2 \cdot 0 + 1 + 8$
3. Thor tiene siete rocas y un martillo. Cada vez que le pega a una roca con su martillo, se parte en cinco rocas más pequeñas. Si parte las rocas varias veces, ¿cuál de los siguientes números puede ser el número de rocas que obtiene al final?
- (A) 17                      (B) 20                      (C) 21                      (D) 23                      (E) 25
4. Las siguientes dos afirmaciones son verdaderas: Algunos extraterrestres son verdes, los otros son morados. Los extraterrestres verdes sólo viven en Marte. De donde se sigue lógicamente que
- (A) todos los extraterrestres viven en Marte.  
 (B) sólo los extraterrestres verdes viven en Marte.  
 (C) algunos extraterrestres morados viven en Venus.  
 (D) todos los extraterrestres morados viven en Venus.  
 (E) no hay extraterrestres verdes viviendo en Venus.

5. Se conforma un octágono regular con dos cuadrados iguales y cuatro rombos idénticos. ¿Cuál es la medida del mayor ángulo de cada rombo?



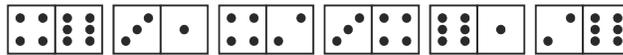
- (A)  $135^\circ$                       (B)  $140^\circ$                       (C)  $144^\circ$                       (D)  $145^\circ$                       (E)  $150^\circ$
6. Dadas 65 bolas en una caja, ocho blancas y el resto negras. En una movida se pueden sacar a los más 5 bolas de la caja. No se permite regresar ninguna bola a la caja. ¿Cuál es el menor número de movidas necesarias para asegurar que se saque por lo menos una bola blanca de la caja?
- (A) 11                      (B) 12                      (C) 13                      (D) 14                      (E) 15

7. Las caras de un ladrillo rectangular tienen áreas  $A$ ,  $B$  y  $C$ , como se muestra. ¿Cuál es el volumen del ladrillo?



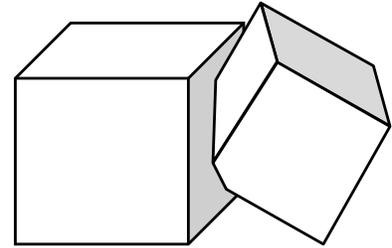
- (A)  $ABC$  (B)  $\sqrt{ABC}$  (C)  $\sqrt{AB + BC + CA}$   
 (D)  $\sqrt[3]{ABC}$  (E)  $2(A + B + C)$

8. Las piezas de un dominó se disponen de manera correcta en fila si los puntos de las partes que se tocan son iguales. Pablo dispone seis piezas de dominó como se muestra en la figura. Luego las quiere poner de manera correcta y solo tiene permitido hacer dos tipos de movimientos, o bien intercambia la posición de dos piezas o bien rota una pieza. ¿Cuál es el menor número de movimientos que necesita hacer para ordenar las piezas de manera correcta?



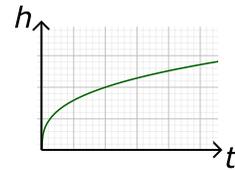
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4  
 (E) es imposible hacerlo

9. Dos cubos de volúmenes  $V$  y  $W$  se intersectan. La parte del cubo de volumen  $V$  que no es común a ambos cubos es 90% de su volumen. La parte del cubo de volumen  $W$  que no es común a los dos cubos es 85% de su volumen. ¿Cuál es la relación entre  $V$  y  $W$ ?



- (A)  $V = \frac{2}{3}W$  (B)  $V = \frac{3}{2}W$  (C)  $V = \frac{85}{90}W$  (D)  $V = \frac{90}{85}W$  (E)  $V = W$

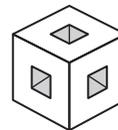
10. Un florero se llena de agua hasta arriba a una razón constante. La gráfica muestra la altura  $h$  del agua como función del tiempo  $t$ . ¿Cuál de las siguientes puede ser la forma del florero?



- (A) (B) (C)   
 (D) (E)

4 puntos

11. De un cubo de  $3 \times 3 \times 3$  se han eliminado siete cubitos (ver figura). Cortamos el cubo con un plano que pasa por el centro del cubo y es perpendicular a una de sus cuatro diagonales mayores. ¿Cómo se ve la sección del corte?



- (A) (B) (C) (D) (E)

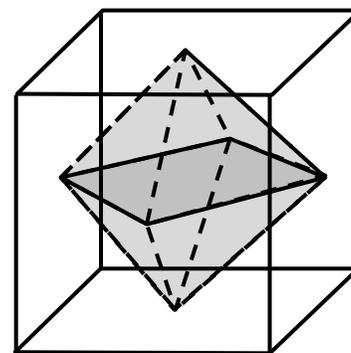
12. Cada número del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  está escrito en exactamente una casilla de un tablero de  $2 \times 3$ . ¿De cuántas maneras se puede hacer esto de modo tal que en cada fila y en cada columna la suma de los números sea divisible entre 3?

- (A) 36 (B) 42 (C) 45 (D) 48 (E) otro número

13.  $|\sqrt{17} - 5| + |\sqrt{17} + 5| =$

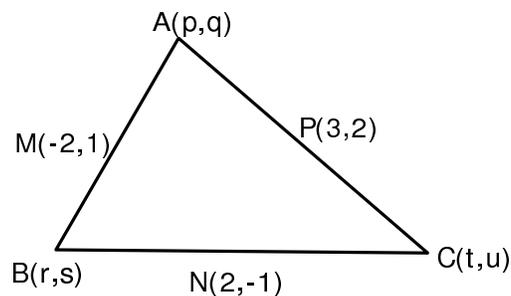
- (A) 10 (B)  $2\sqrt{17}$  (C)  $\sqrt{34} - 10$  (D)  $10 - \sqrt{34}$  (E) 0

14. Un octaedro se inscribe en un cubo de lado de longitud 1. Los vértices del octaedro coinciden con los centros de las caras del cubo. ¿Cuál es el volumen del octaedro?



- (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{1}{6}$  (E)  $\frac{1}{8}$

15. Los vértices de un triángulo son  $A(p, q)$ ,  $B(r, s)$  y  $C(t, u)$  como se muestra. Los puntos medios de los lados del triángulo son  $M(-2, 1)$ ,  $N(2, -1)$  y  $P(3, 2)$ . ¿Cuál es el valor de  $p + q + r + s + t + u$ ?



- (A) 2 (B)  $\frac{5}{2}$  (C) 3 (D) 5 (E) ninguno de éstos

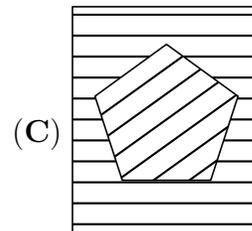
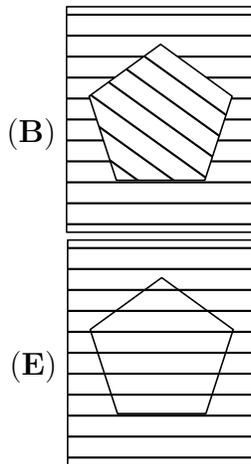
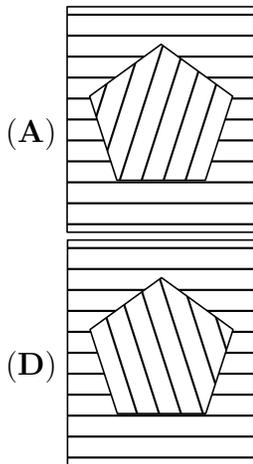
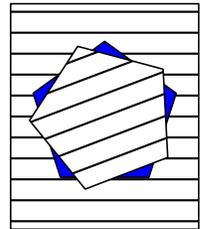
16. Se hicieron cinco predicciones sobre el partido de fútbol entre Real Madrid y Manchester United:

1. El juego no terminará empatado;
2. Real Madrid meterá un gol;
3. Real Madrid ganará;
4. Real Madrid no perderá;
5. Se meterán tres goles en el partido.

¿Cuál fue el puntaje final del partido Real Madrid - Manchester United si exactamente tres de las predicciones resultaron verdaderas?

- (A) 3-0                      (B) 2-1                      (C) 0-3                      (D) 1-2  
 (E) Es imposible saber

17. Se corta un pentágono regular de un pedazo de papel rayado. En cada movimiento, se rota el pentágono en contra las manecillas del reloj con centro en su centro y ángulo  $21^\circ$ . La figura muestra la rotación de la primera movida. ¿Cuál de las siguientes es la figura resultante cuando el pentágono vuelva a cubrir por primera vez el hueco en el papel?



18. ¿Cuál de los siguientes números no divide a  $18^{2017} + 18^{2018}$ ?

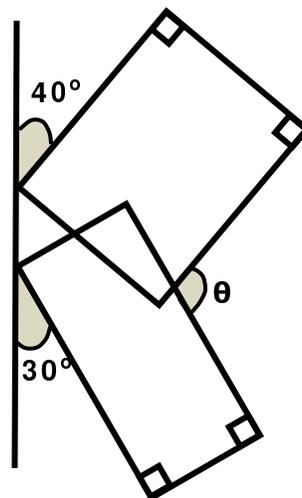
- (A) 8                      (B) 18                      (C) 28                      (D) 38                      (E) 48

19. Tres de las cartas que se muestran se dan a Nancy y el resto a Roberto. Nancy multiplica entre sí los tres valores de sus cartas y Roberto multiplica los dos valores de sus cartas. La suma de los dos valores resultantes es primo. ¿Cuál es la suma de los valores de las cartas de Nancy?



- (A) 12                      (B) 13                      (C) 15                      (D) 17                      (E) 18

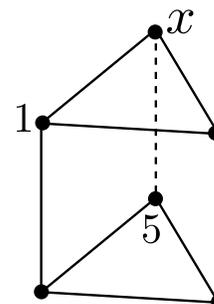
20. La figura muestra dos rectángulos a ángulos  $40^\circ$  y  $30^\circ$  de la dirección vertical. ¿Cuál es la medida del ángulo  $\theta$ ?



- (A)  $105^\circ$                       (B)  $120^\circ$                       (C)  $130^\circ$                       (D)  $135^\circ$   
 (E) Ninguno de éstos

5 puntos

21. El prisma de la figura está formado por dos triángulos y tres cuadrados. Los vértices se enumeran de 1 a 6 de tal forma que la suma de los números en los cuatro vértices de cada cuadrado es la misma para los tres cuadrados. Ya se muestran qué vértices se enumeraron con el 1 y el 5. ¿Qué número se utilizó para enumerar el vértice marcado con una  $x$ ?



- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 6  
 (E) Imposible saber

22. Las raíces de la ecuación  $x^2 - x - 2018 = 0$  son  $m$  y  $n$ . ¿Cuál es el valor de  $n^2 + m$ ?

- (A) 2016                      (B) 2017                      (C) 2018                      (D) 2019                      (E) 2020

23. Cuatro hermanos llamados A, B, C y D tienen todas alturas diferentes. Afirman lo siguiente:

- A: No soy ni el más alto ni el más bajito.
- B: Soy el más bajito.
- C: Soy el más alto.
- D: Soy el más bajito.

Exactamente uno de ellos está mintiendo. ¿Quién es el más alto?

- (A) A                      (B) B                      (C) C                      (D) D  
 (E) No tenemos suficiente información

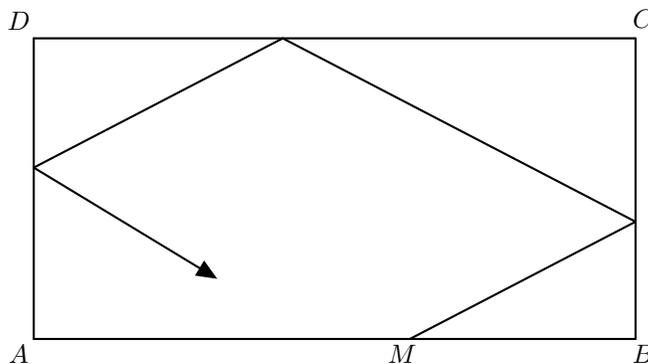
24. Sea  $f$  una función tal que  $f(x + y) = f(x)f(y)$  para todo  $x$  y  $y$  enteros. Hallar el valor de  $f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$  si  $f(1) = 1/2$ .

- (A)  $1/8$                       (B)  $3/2$                       (C)  $5/2$                       (D)  $15/8$                       (E) 6

25. Una función cuadrática  $f(x) = x^2 + px + q$  es tal que su gráfica interseca el eje  $x$  y el eje  $y$  en tres puntos diferentes. La circunferencia que pasa por estos tres puntos interseca la gráfica de  $f$  en un cuarto punto. ¿Cuáles son las coordenadas de este cuarto punto?

- (A)  $(0, -q)$                       (B)  $(p, q)$                       (C)  $(-p, q)$                       (D)  $\left(-\frac{q}{p}, \frac{q^2}{p^2}\right)$                       (E)  $(1, p + q + 1)$

26. Una mesa de billar tiene lados de longitud  $3m$  y  $2m$ . Una bola se echa a rodar desde el punto  $M$  sobre uno de los lados más largos. Su trayectoria pega una vez a cada lado y se refleja, como se muestra. ¿A qué distancia de  $A$  volverá a pegar la bola al primer lado si  $BM = 1,2m$  y  $BN = 0,8m$ ?

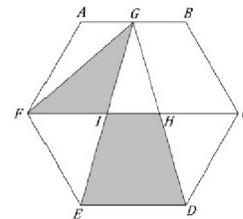


- (A) 1.2 m                      (B) 1.5 m                      (C) 2 m                      (D) 2.8 m                      (E) 1.8 m

27. ¿Cuántas soluciones en los números reales tiene la ecuación  $||4^x - 3| - 2| = 1$ ?

- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6

28. En el hexágono  $ABCDEF$ ,  $G$  es el punto medio de  $AB$  y  $H$  e  $I$  son los puntos de intersección de los segmentos  $GD$  y  $GE$  con  $FC$ , respectivamente. ¿Cuál es la razón entre el área del triángulo  $GIF$  y el área del trapecio  $IHDE$ ?



- (A)  $\frac{1}{2}$                       (B)  $\frac{1}{3}$                       (C)  $\frac{1}{4}$                       (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       (E)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

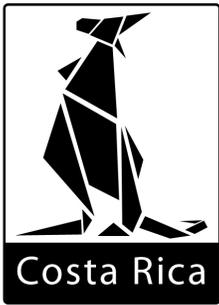
29. En una clase hay 40% más niñas que niños. Si la probabilidad de que una delegación de dos personas resulte una niña y un niño es  $\frac{1}{2}$ , ¿cuántos estudiantes hay en la clase?

- (A) 20                      (B) 24                      (C) 36                      (D) 38  
(E) Imposible saber.

30. Arquímedes calculó  $15!$  y escribió el resultado en el tablero. Desafortunadamente dos de los dígitos, el segundo y el décimo, se borraron. ¿Cuáles son estos dos dígitos?

1◇0767436◇000

- (A) 2 y 0                      (B) 4 y 8                      (C) 7 y 4                      (D) 9 y 2                      (E) 3 y 8



## Hoja de Respuestas

Nombre: \_\_\_\_\_

Institución: \_\_\_\_\_

Nivel: \_\_\_\_\_

01. A B C D E

02. A B C D E

03. A B C D E

04. A B C D E

05. A B C D E

06. A B C D E

07. A B C D E

08. A B C D E

09. A B C D E

10. A B C D E

11. A B C D E

12. A B C D E

13. A B C D E

14. A B C D E

15. A B C D E

16. A B C D E

17. A B C D E

18. A B C D E

19. A B C D E

20. A B C D E

21. A B C D E

22. A B C D E

23. A B C D E

24. A B C D E

25. A B C D E

26. A B C D E

27. A B C D E

28. A B C D E

29. A B C D E

30. A B C D E