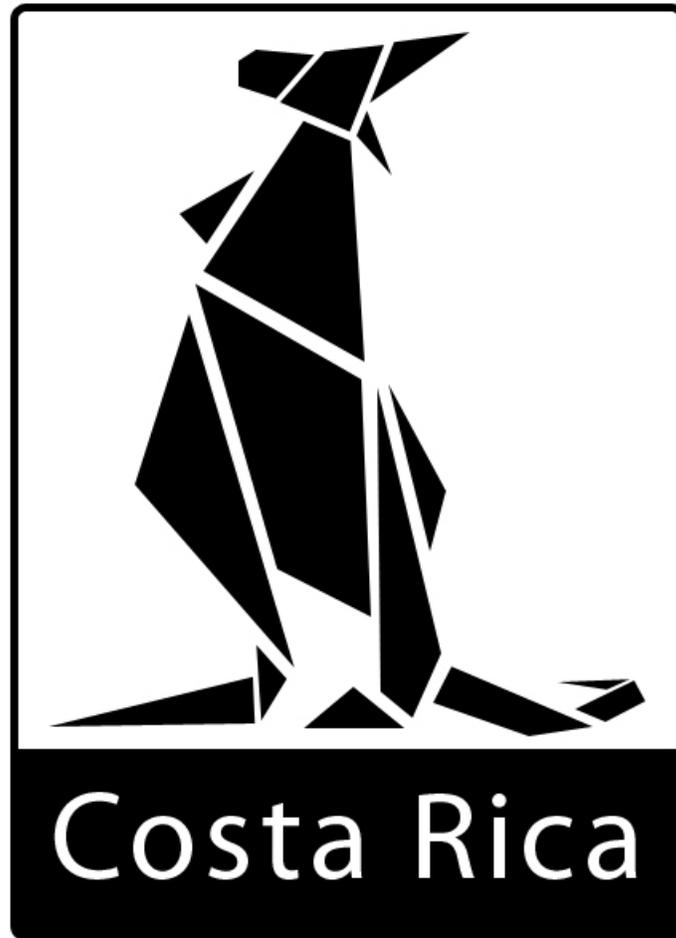


# Canguro Matemático



**Prueba Student**  
Undécimo año

**Kangourou Sans Frontières**

**Costa Rica 2017**

3 puntos

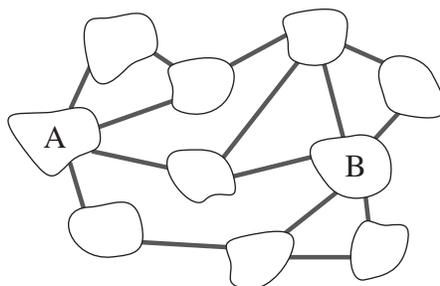
1.  $\frac{20 \cdot 17}{2 + 0 + 1 + 7} =$

- (A) 3.4      (B) 17      (C) 34      (D) 201.7      (E) 340

2. A Benito le gusta jugar con su modelo de tren H0. Él modeló algunas cosas extras en la proporción H0 que es 1 : 87, incluido un modelo de 2 cm de altura de su hermano. ¿Cuál es la estatura real de su hermano?

- (A) 1.74 m      (B) 1.62 m      (C) 1.86 m      (D) 1.94 m      (E) 1.70 m

3. En la figura se observan 10 islas que están conectadas mediante 15 puentes.



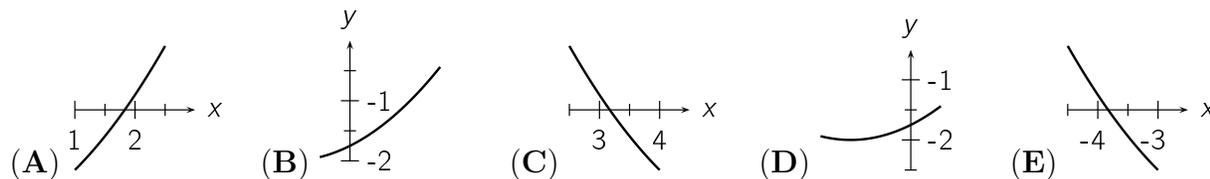
¿Cuál es el menor número de puentes que pueden ser eliminados de manera que sea imposible ir de A a B por los puentes?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

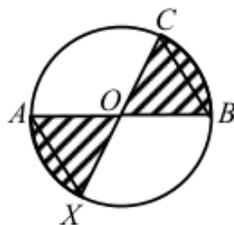
4. Dos números positivos  $a$  y  $b$  satisfacen que 75% de  $a$  es igual al 40% de  $b$ . Es decir:

- (A)  $15a = 8b$       (B)  $7a = 8b$       (C)  $3a = 2b$       (D)  $5a = 12b$       (E)  $8a = 15b$

5. Cuatro de los siguientes trozos de funciones son parte de una gráfica de la misma función cuadrática. ¿Cuál trozo no es parte de la gráfica?

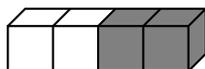


6. En un círculo con centro en  $O$  y diámetros  $AB$  y  $CX$ , se tiene que  $OB = BC$ , ¿qué fracción del área del círculo está sombreada?

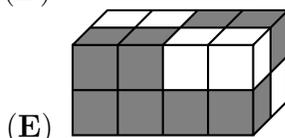
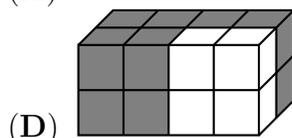
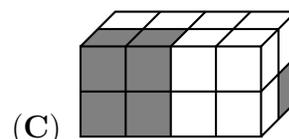
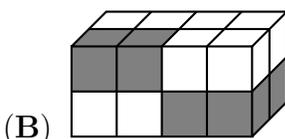
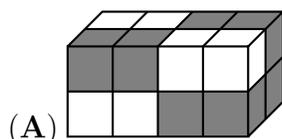


- (A)  $\frac{2}{5}$       (B)  $\frac{1}{3}$       (C)  $\frac{2}{7}$       (D)  $\frac{3}{8}$       (E)  $\frac{4}{11}$

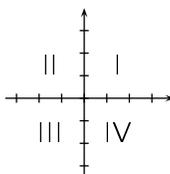
7. Una barra consiste de dos cubos blancos y grises unidos tal que el resultado es una barra de  $4 \times 1 \times 1$  con dos cubos blancos en un extremo y dos cubos grises en el otro:



¿Cuál figura se puede construir con 4 de tales barras?

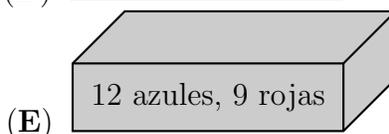
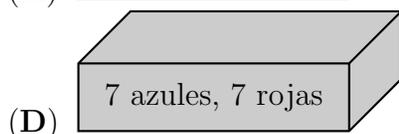
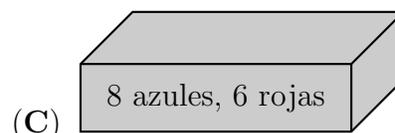
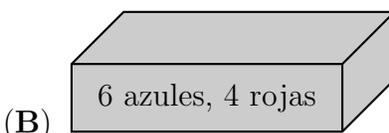
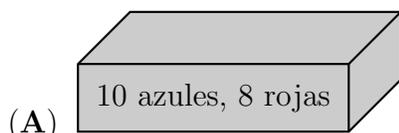


8. ¿Cuál cuadrante no contiene ningún punto de la gráfica de la función lineal  $f(x) = -3.5x + 7$ ?



- (A) I                      (B) II                      (C) III                      (D) IV  
 (E) Hay puntos en todos los cuadrantes.

9. Cada una de las cajas que se muestran están llenas con bolas rojas y azules como se muestra. Ben desea tomar sin mirar una bola de una de las cajas. ¿Cuál caja debe escoger de manera que tenga la mayor probabilidad de tomar una bola azul?



10. ¿La gráfica de cuál de las siguientes funciones tiene la mayor cantidad de puntos en común con la gráfica de la función  $f(x) = x$ ?

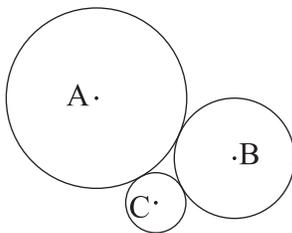
- (A)  $g_1(x) = x^2$     (B)  $g_2(x) = x^3$     (C)  $g_3(x) = x^4$     (D)  $g_4(x) = -x^4$     (E)  $g_5(x) = -x$

4 puntos

11. El número positivo  $p$  es menor que 1, y el número  $q$  es mayor a 1. ¿Cuál de estos números es el mayor?

- (A)  $p \cdot q$               (B)  $p + q$               (C)  $\frac{p}{q}$                       (D)  $p$                       (E)  $q$

12. Tres círculos tangentes entre sí con centros  $A$ ,  $B$  y  $C$  tienen radios 3, 2 y 1, respectivamente. ¿Cuál es el área del triángulo  $ABC$ ?

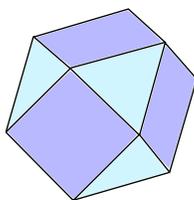


- (A) 6                      (B)  $4\sqrt{3}$                       (C)  $3\sqrt{2}$                       (D) 9                      (E)  $2\sqrt{6}$

13. Dos cilindros  $A$  y  $B$  tienen el mismo volumen. El radio de la base de  $B$  es 10% más grande que el de  $A$ . ¿Qué porcentaje es más grande la altura de  $A$  que la de  $B$ ?

- (A) 5 %                      (B) 10 %                      (C) 11 %                      (D) 20 %                      (E) 21 %

14. Las caras del poliedro que se muestra son triángulos o cuadrados. Cada cuadrado está rodeado por 4 triángulos y cada triángulo está rodeado por 3 cuadrados. Si hay 6 cuadrados, ¿cuántos triángulos hay?

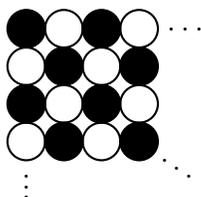


- (A) 5                      (B) 6                      (C) 7                      (D) 8                      (E) 9

15. Se tienen 4 dados en forma de tetraedro (4 caras), perfectamente balanceados, con sus caras numeradas con 2, 0, 1 y 7. Si se lanzan los 4 dados, ¿cuál es la probabilidad de que se pueda observar el número 2017 utilizando alguno de los tres números visibles por cada dado?

- (A)  $\frac{1}{256}$                       (B)  $\frac{63}{64}$                       (C)  $\frac{81}{256}$                       (D)  $\frac{3}{32}$                       (E)  $\frac{29}{32}$

16. Julia tiene 2017 fichas: 1009 de ellas son negras y el resto son blancas. Ella las coloca en un patrón cuadrado como se muestra, comenzando con una ficha negra en la esquina superior izquierda, alternando colores en cada fila y en cada columna. ¿Cuántas fichas de cada color quedan después de que ha completado el cuadrado más grande posible?



- (A) Ninguna                      (B) 40 de cada una                      (C) 40 negras y 41 blancas  
 (D) 41 de cada una                      (E) 40 blancas y 41 negras

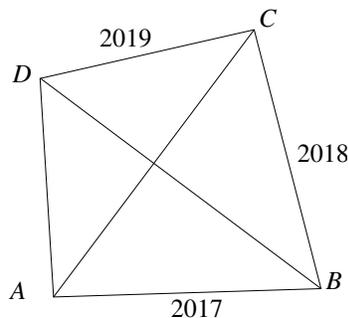
17. El polinomio  $5x^3 + ax^2 + bx + 24$  tiene coeficientes enteros  $a$  y  $b$ . ¿Cuál de los siguientes números con seguridad *no* es una raíz del polinomio?

- (A) 1                      (B) -1                      (C) 3                      (D) 5                      (E) 6

18. Dos números consecutivos son tales que la suma de los dígitos de cada uno de ellos es un múltiplo de 7. ¿Al menos cuántos dígitos tiene el número más pequeño?

- (A) 3                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 7

19. En un cuadrilátero convexo  $ABCD$  las diagonales son perpendiculares. Los lados tienen longitudes  $|AB| = 2017$ ,  $|BC| = 2018$  y  $|CD| = 2019$  (la figura no está a escala). ¿Cuál es la longitud del segmento  $AD$ ?



- (A) 2016                      (B) 2018                      (C)  $\sqrt{2020^2 - 4}$                       (D)  $\sqrt{2018^2 + 2}$                       (E) 2020

20. Tití trata de ser una buena cangurita, pero mentir le parece tan divertido. Entonces, cada tercer cosa que dice es una mentira y el resto es verdad. (Algunas veces ella comienza con una mentira, otras con una verdad o con dos verdades). Tití está pensando en un número de 2 dígitos, y le dice a su amiga que: “Uno de sus dígitos es un 2.” “Es mayor a 50.” “Es un número par.” “Es menor que 30.” “Es divisible por 3.” “Uno de sus dígitos es un 7.” ¿Cuál es la suma de los dígitos del número que Tití está pensando?

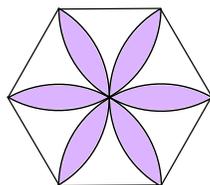
- (A) 9                      (B) 12                      (C) 13                      (D) 15                      (E) 17

5 puntos

21. ¿Cuántos enteros positivos tienen la propiedad de que el número obtenido al borrar el último dígito es igual a  $1/14$  del número original?

- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3                      (E) 4

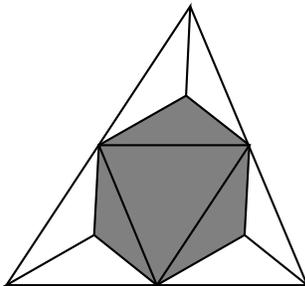
22. La figura muestra un hexágono regular de lado 1. La flor se construye con sectores de círculos de radio 1 y centros en los vértices del hexágono. ¿Cuál es el área de la flor?



- (A)  $\frac{\pi}{2}$                       (B)  $\frac{2\pi}{3}$                       (C)  $2\sqrt{3} - \pi$                       (D)  $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$                       (E)  $2\pi - 3\sqrt{3}$

23. Considere la sucesión  $a_n$  con  $a_1 = 2017$  y  $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$ . Entonces  $a_{2017} =$
- (A)  $-2017$       (B)  $\frac{-1}{2016}$       (C)  $\frac{2016}{2017}$       (D)  $1$       (E)  $2017$

24. Considere un tetraedro regular (4 caras). Sus cuatro puntas se cortan por cuatro planos, y cada plano pasa a través del punto medio de las tres aristas adyacentes (ver figura). ¿Qué parte del volumen del tetraedro original es el volumen del sólido resultante?



- (A)  $\frac{4}{5}$       (B)  $\frac{3}{4}$       (C)  $\frac{2}{3}$       (D)  $\frac{1}{2}$       (E)  $\frac{1}{3}$
25. La suma de las longitudes de tres lados de un triángulo rectángulo es igual a 18 y la suma de los cuadrados de las longitudes de sus tres lados es igual a 128. ¿Cuál es el área del triángulo?
- (A) 18      (B) 16      (C) 12      (D) 10      (E) 9

26. Se le dan 5 cajas, 5 bolas negras y 5 bolas blancas. Usted elige cómo colocar las bolas en las cajas (cada caja debe contener al menos una bola). Su oponente viene y toma una bola de la caja de su escogencia y gana si obtiene una bola blanca, y usted gana si saca una bola negra. ¿Cómo debe usted colocar las bolas en las cajas de manera que usted tenga la mayor probabilidad de ganar?

- (A) Una bola blanca y una negra en cada caja.  
 (B) Las bolas negras en 3 cajas, y las bolas blancas en dos cajas.  
 (C) Las bolas negras en 4 cajas, y las bolas blancas en una caja.  
 (D) Una bola negra en cada caja, y coloca todas las bolas blancas en una de las cajas.  
 (E) Una bola blanca en cada caja, y coloca todas las bolas negras en una de las cajas.

27. Se escriben nueve enteros en las casillas de una tabla  $3 \times 3$ . La suma de los nueve números es igual a 500. Se sabe que los números de cualesquiera dos casillas vecinas (aquellas que tienen un lado en común) difieren en 1. ¿Cuál es el número de la casilla central?

	?	

- (A) 50      (B) 54      (C) 55      (D) 56      (E) 57

**28.** Si  $|x| + x + y = 5$  y  $x + |y| - y = 10$ , ¿cuál es el valor de  $x + y$ ?

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

**29.** ¿Cuántos enteros positivos  $abc$  existen, tales que  $(a + b)^c$  es un entero de tres dígitos que es potencia de 2?

- (A) 15                      (B) 16                      (C) 18                      (D) 20                      (E) 21

**30.** Cada una de las 2017 personas que viven en una isla es una mentirosa (siempre miente) o alguien que siempre dice la verdad. Más de mil de ellas toman parte en un banquete, todas sentadas juntas en una mesa redonda. Cada una de ellas dice: “De las dos personas que están a mi lado, una es una mentirosa, y la otra siempre dice la verdad.” A lo sumo, ¿cuántas personas hay en la isla que siempre dicen la verdad?

- (A) 1683                      (B) 668                      (C) 670                      (D) 1344                      (E) 1343



## Hoja de Respuestas

Nombre: \_\_\_\_\_

Institución: \_\_\_\_\_

Nivel: \_\_\_\_\_

01. A B C D E

02. A B C D E

03. A B C D E

04. A B C D E

05. A B C D E

06. A B C D E

07. A B C D E

08. A B C D E

09. A B C D E

10. A B C D E

11. A B C D E

12. A B C D E

13. A B C D E

14. A B C D E

15. A B C D E

16. A B C D E

17. A B C D E

18. A B C D E

19. A B C D E

20. A B C D E

21. A B C D E

22. A B C D E

23. A B C D E

24. A B C D E

25. A B C D E

26. A B C D E

27. A B C D E

28. A B C D E

29. A B C D E

30. A B C D E